

М-9-СН

Всероссийская олимпиада школьников
Математика
Школьный этап
2018-2019 учебный год
Задания для 9 класса

- 1) Для всех положительных чисел a и b докажите неравенство $a^3 + b^3 \geq a^2b + b^2a$
- 2) Поезд, двигаясь со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо платформы, длина которой 400 м, за 20 секунд. Какова длина поезда?
- 3) У нас есть три урны. На первой написано «ЧЕРНЫЕ», на второй — «БЕЛЫЕ», на третьей — «ЧЕРНЫЕ И БЕЛЫЕ». В одной лежат белые шары, в другой — черные, в оставшейся — и черные, и белые. Все надписи заведомо ложны. Разрешается достать один шар только из одной урны. Как определить, в какой урне что лежит?
- 4) Постройте график функции $y = (x^2 - 1) * (\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}) + x$.
- 5) Высоты остроугольного треугольника АВС пересекаются в точке Н. Известно, что АВ=СН. Найдите угол АСВ.

Ответы:

3. Если мы достаем из урны "Черные и белые" "Черные шары". Значит, в урне "Черные" не может быть белых шаров, так как надпись ложна. Но есть там находятся белые шары. в урне "Белые" находится "Черные и белые".

7 б

1) $a^3 + b^3 > a^2b + b^2a$
 $(a+b)(a^2 + ab + b^2) > a^2b + b^2a \quad ab/(a+b)$
 $(a+b)(a+b)^2 - ab/(a+b) \geq 0 \quad \text{т.к. } 4 \sqrt{}$

2) $90 \text{ км}/\text{ч} = 25 \text{ м}/\text{с}$

Пусть x - длина поезда
Составим и решим уравнение

$$\frac{400+x}{25} = 20 \quad | \cdot 25$$

$$\frac{25(400+x)}{25} = 20 \cdot 25$$

$$400+x = 500$$

$$x = 500 - 400$$

$x = 100$

75

Omberein: junaia nolega 100 m.

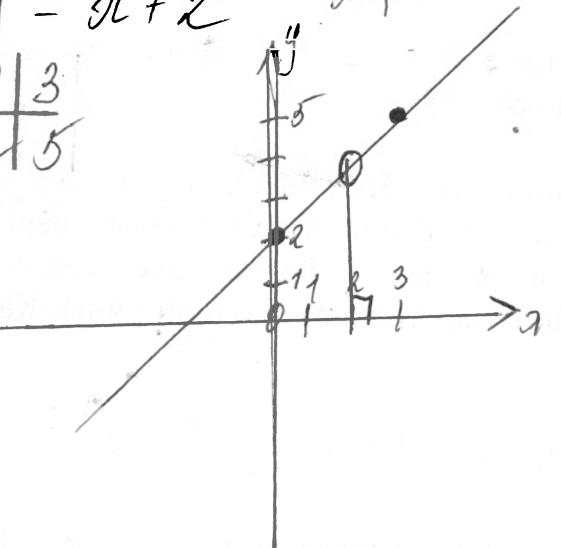
$$\text{⑦ } y = (x^2 - 1) \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + x$$

$$y = (x^2 - 1) \left(\frac{x+1 - x+1}{x^2 - 1} \right) + x$$

$$y = \cancel{(x^2 - 1)} + 2 + x$$

$$y = x + 2 \quad x \neq 2$$

x	0	3
y	2	5



75

... $\sqrt{100} = 10$

$100 = x + 2$

$100 - 2 = x$

$98 = x$

$x = 98$