

М-9-СН

Всероссийская олимпиада школьников
Математика
Школьный этап
2018-2019 учебный год
Задания для 9 класса

- 1) Для всех положительных чисел a и b докажите неравенство $a^3 + b^3 \geq a^2b + b^2a$
- 2) Поезд, двигаясь со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо платформы, длина которой 400 м, за 20 секунд. Какова длина поезда?
- 3) У нас есть три урны. На первой написано «ЧЕРНЫЕ», на второй — «БЕЛЫЕ», на третьей — «ЧЕРНЫЕ И БЕЛЫЕ». В одной лежат белые шары, в другой — черные, в оставшейся — и черные, и белые. Все надписи заведомо ложны. Разрешается достать один шар только из одной урны. Как определить, в какой урне что лежит?
- 4) Постройте график функции $y = (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + x$.
- 5) Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Известно, что $AB = CH$. Найдите угол ACB .

Ответы:

3. Если мы достали из урны "Черные и белые" "черный шар". Значит, в урне "Черные" не может быть "белых" шаров, так как надпись ложна. Но есть там могут быть белые шары. А в урне "Белые" находятся "Черные и белые".

1. $a^3 + b^3 \geq a^2b + b^2a$
 $(a+b)(a^2 + ab + b^2) \geq a^2b + b^2a$
 $(a+b)(a+b)^2 - ab(a+b) \geq 0$ з.т.р. 4 5

2) $90 \text{ км/ч} = 25 \text{ м/с}$
 Пусть x — длина поезда
 Составим и решим уравнение

$$\frac{400 + x}{25} = 20 \cdot 25$$

$$25(400 + x) = 20 \cdot 25$$

$$400 + x = 500$$

$$x = 500 - 400$$

$$x = 100$$

75

Ответ: длина палки 100 м.

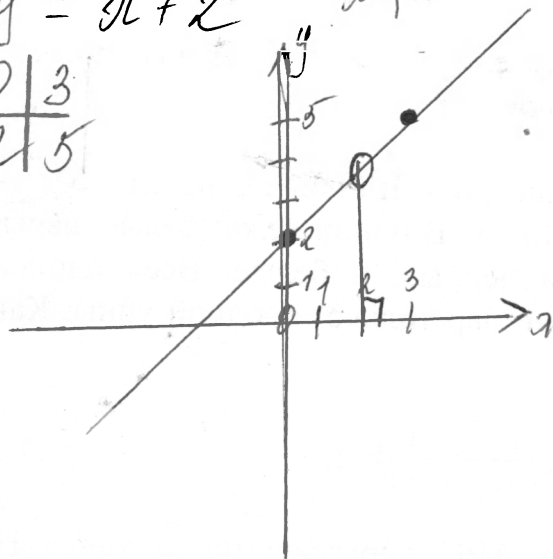
$$y = (x^2 - 1) \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + x$$

$$y = (x^2 - 1) \left(\frac{x+1 - x+1}{x^2 - 1} \right) + x$$

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} + x$$

$$y = x + 2 \quad x \neq 2$$

x	0	3
y	2	5



75